Site web : http://www.matheleve.net/ Site web : http://www.devoir.tn/ Email: matheleve@gmail.com	**Intégrales**		
Lycée Ali Bourguiba Bembla	Révision	4 sciences	Chortani Atef

EXERCICE N°1

Calculer : $\int_0^2 \frac{dt}{(2+t)^2}$; $\int_0^2 \frac{dx}{\cos^2 x}$; $\int_0^2 \frac{2x}{\cos^2 x^2}dx$; $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^3 x\, dx$;

$\int_0^1 \frac{t}{(2+t^2)^2}dt$; $\int_0^{\pi} \frac{2\sin t}{(2+\cos t)^3}dt$

; $\int_{-1}^0 \frac{t}{(t^2+1)^3}dt$; $\int_0^2 (1-|x-1|^3)dx$;

Calculer en intégrant par partie : a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} t\cos(t)dt$; b) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} (2t-1)\cos t\,dt$; c) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos 3x\,dx$

EXERCICE N°2 :

Soit (I_n) la suite définie par : $\begin{cases} I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t\, dt \\ I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^n \sin t\, dt\ ,\ n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

1/ a) Calculer I_0.

b) Calculer I_1 par une intégration par parties.

2/ En utilisant une intégration par parties, que pour tout n ∈ IN* on a : $I_n = n\int_0^{\frac{\pi}{2}} t^{n-1} \cos t\, dt$.

3/ a) Montrer, en utilisant une intégration par parties, que pour tout $n \geq 2$ on a :

$$I_n = n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} - n(n-1)\, I_{n-2}.$$

b) En déduire I_2 et I_3. Puis la valeur de l'intégrale J = $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-2t+t^2-t^3)\sin t\, dt$

Exercice n°3

On définit la suite: $U_n = \int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{1+x^2}}dx$, n ∈ℕ

1) a) Calculer U_1.
 b) calculer $U_1 + U_3$; En déduire la valeur de U_3
2) Montrer que pour tout ,n ∈ℕ : $U_n \geqslant 0$.
3) Montrer que la suite (U_n) est décroissante. En déduire quelle est convergente.

Montrer que : $\frac{1}{(n+1)\sqrt{2}} \leq U_n \leq \frac{1}{n+1}$. En déduire la limite de la suite (U_n

Exercice n°4

On considère la suite (I_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^n\, dx$.

1/a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I_n \geq 0$

b) Montrer que (I_n) est une suite décroissante

c) En déduire que (I_n)est une suite convergente

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux

2/ a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I_n + I_{n+2} = \dfrac{1}{n+1}$

b) En déduire la limite de la suite (I_n)

3/ Calculer I_1 , I_2 et I_4

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux